Por favor hacer un interactividad a partir del modelo: HTML/acordeon\_2n, y de los siguientes textos:

**Título:** Transformada bilateral

**Introducción:**

Los conceptos de transformadas unilateral y bilateral dependen fundamental del criterio de evaluación de la transformada. Por definición, la transformada bilateral se encuentra dada por la ecuación:

$Y\left( z \right)=\underset{k=-\infty }{\overset{\infty }{\mathop \sum }}\,x\left[ k \right]{{z}^{-k}}$

Que se considera bilateral porque los parámetros de análisis de las funciones se encuentran comprendidos desde menos infinito hasta más infinito. Para relacionar la transformada bilateral se debe tener en cuenta la relación de las diferentes propiedades que aparecen en pantalla. Haga clic sobre cada una de ellas para acceder a su definición y, finalmente, revise los tres ejemplos propuestos.

**Textos:**

|  |  |
| --- | --- |
| **Título** | **Texto** |
| **Desplazamiento en el tiempo** | Sea: $y\left[ n \right]=x\left[ n-N \right]$, su transformada se define como:  $Y\left( z \right)=\underset{k=-\infty }{\overset{\infty }{\mathop \sum }}\,x\left[ n-N \right]{{z}^{-k}}$  Para demostrar esta propiedad es necesario hacer un cambio de variables *m=k-N*.  $Y\left( z \right)=\underset{m=-\infty }{\overset{\infty }{\mathop \sum }}\,x\left[ m \right]{{z}^{-\left( m+N \right)}}$  $={{z}^{-N}}\underset{m=-\infty }{\overset{\infty }{\mathop \sum }}\,x\left[ m \right]{{z}^{-m}}$  $={{z}^{-N}}X\left( z \right)$  En conclusión:  $Z\left\{ x\left[ n-N \right] \right\}={{z}^{-N}}X\left( z \right)$ |
| **Multiplicación por** | Sea: **$y\left[ n \right]=nx\left[ n \right]$**. Para iniciar esta demostración se parte de:  $X\left( z \right)=\underset{k=-\infty }{\overset{\infty }{\mathop \sum }}\,x\left[ k \right]{{z}^{-k}}$  Derivando ambos lados de la igualdad se obtiene:  $\frac{dX\left( z \right)}{dz}=\underset{k=-\infty }{\overset{\infty }{\mathop \sum }}\,\frac{d}{dz}(x\left[ k \right]{{z}^{-k}})=X\left( z \right)$  $=\underset{k=-\infty }{\overset{\infty }{\mathop \sum }}\,-kx\left[ k \right]{{z}^{-k-1}}$  Multiplicando ambos lados por *–z*:  $-z\frac{dX\left( z \right)}{dz}=\underset{k=-\infty }{\overset{\infty }{\mathop \sum }}\,-kx\left[ k \right]{{z}^{-k}}$  En conclusión:  $~Z\left\{ nx\left[ n \right] \right\}=-z\frac{dX\left( z \right)}{dz}$ |
| **Escalamiento** | Sea: $y\left[ n \right]={{a}^{n}}x\left[ n \right]$, su transformada se define como:  $Y\left( z \right)=\underset{k=-\infty }{\overset{\infty }{\mathop \sum }}\,{{a}^{k}}x\left[ k \right]{{z}^{-k}}$  $=\underset{k=-\infty }{\overset{\infty }{\mathop \sum }}\,x\left[ k \right]{{\left( \frac{z}{a} \right)}^{-k}}=X\left( \frac{z}{a} \right)$ |
| **Convolución** | Esta propiedad es análoga a la propiedad de la transformada de Laplace:  $Z\left( x\left[ n \right]\*y\left[ n \right] \right)=X\left( z \right).Y\left( z \right)$ |
| **Reflexión** | Esta propiedad aparece cuando $a=-1$ en la propiedad de escalamiento, entonces si $y\left[ n \right]=x\left[ -n \right]$, se tiene:  $Y\left( z \right)=\underset{k=-\infty }{\overset{\infty }{\mathop \sum }}\,x\left[ -k \right]{{z}^{-k}}$  $=\underset{k=-\infty }{\overset{\infty }{\mathop \sum }}\,x\left[ k \right]{{z}^{k}}$  $=\underset{k=-\infty }{\overset{\infty }{\mathop \sum }}\,x\left[ k \right]{{\left( \frac{1}{z} \right)}^{-k}}$  $=X\left( \frac{1}{z} \right)$  Su ROC es:  $\left| z \right|<\frac{1}{\left| a \right|}$ |
| **Ejemplo 1** | Halle la transformada *z* aplicando las propiedades:  $y\left[ n \right]={{3}^{n}}\left( u\left[ n \right]-u\left[ n-N \right] \right)$  **Solución**  Si se define:  $x\left[ n \right]=u\left[ n \right]-u\left[ n-N \right]$ y $X\left( z \right)$  $=\frac{1-{{z}^{-N}}}{1-{{z}^{-1}}}$ con ROC $\left| z \right|\ne 1$  Entonces:  $Y\left( z \right)=\frac{1-{{\left( \frac{z}{3} \right)}^{-N}}}{1-{{\left( \frac{z}{3} \right)}^{-1}}}$ con ROC $\left| z \right|\ne 3$ |
| **Ejemplo 2** | Halle la transformada *z* aplicando las propiedades:  $x\left[ n \right]=cos~\left( n\text{ }\!\!\Omega\!\!\text{ } \right)u\left[ n \right]$  **Solución**  $X\left( z \right)=0.5\left[ \frac{z{{e}^{j\text{ }\!\!\Omega\!\!\text{ }}}}{z{{e}^{j\text{ }\!\!\Omega\!\!\text{ }}}-1}+\frac{z{{e}^{-j\text{ }\!\!\Omega\!\!\text{ }}}}{z{{e}^{-j\text{ }\!\!\Omega\!\!\text{ }}}-1} \right]$  $=0.5\left[ \frac{z{{e}^{j\text{ }\!\!\Omega\!\!\text{ }}}\left( z{{e}^{-j\text{ }\!\!\Omega\!\!\text{ }}}-1 \right)+z{{e}^{-j\text{ }\!\!\Omega\!\!\text{ }}}\left( z{{e}^{j\text{ }\!\!\Omega\!\!\text{ }}}-1 \right)}{\left( z{{e}^{j\text{ }\!\!\Omega\!\!\text{ }}}-1 \right)\left( z{{e}^{-j\text{ }\!\!\Omega\!\!\text{ }}}-1 \right)} \right]$  $=0.5\left[ \frac{{{z}^{2}}-z{{e}^{j\text{ }\!\!\Omega\!\!\text{ }}}+{{z}^{2}}-z{{e}^{-j\text{ }\!\!\Omega\!\!\text{ }}}}{{{z}^{2}}-z{{e}^{j\text{ }\!\!\Omega\!\!\text{ }}}-z{{e}^{-j\text{ }\!\!\Omega\!\!\text{ }}}-1} \right]$  $=0.5\left[ \frac{2{{z}^{2}}-2zcos\text{ }\!\!\Omega\!\!\text{ }}{{{z}^{2}}-2zsen\text{ }\!\!\Omega\!\!\text{ }+1} \right]$  $=\frac{{{z}^{2}}-zcos\text{ }\!\!\Omega\!\!\text{ }}{{{z}^{2}}-2zsen\text{ }\!\!\Omega\!\!\text{ }+1}$ |
| **Ejemplo 3** | Halle la transformada *z* aplicando las propiedades:  $y\left[ n \right]={{5}^{n}}cos~\left( n\text{ }\!\!\Omega\!\!\text{ } \right)u\left[ n \right]$  **Solución**  $Y\left( z \right)=\frac{{{\left( \frac{z}{5} \right)}^{2}}-\frac{z}{5}cos\text{ }\!\!\Omega\!\!\text{ }}{{{\left( \frac{z}{5} \right)}^{2}}-2\frac{z}{5}sen\text{ }\!\!\Omega\!\!\text{ }+1}$  $=\frac{{{z}^{2}}-5zcos\text{ }\!\!\Omega\!\!\text{ }}{{{z}^{2}}-10zsen\text{ }\!\!\Omega\!\!\text{ }+25}$ |