Por favor hacer una nueva interactividad a partir del modelo: Edge / 3 ítems / círculos, y de los siguientes textos. La idea es que en los dos primeros ítems se muestran sendos ejemplos, mientras que el tercer ítem es una actividad de aprendizaje en la que el estudiante debe ir resolviendo el ejercicio.

**Título:** Ejemplos de aplicación de las series de Laurent

**Introducción:** Haga clic sobre los dos ejemplos para ver la forma en que se utilizan las series de Laurent en el análisis de funciones complejas. Una vez revisados ingrese al tercer ejemplo en el que usted, a manera de actividad de aprendizaje, deberá ir resolviendo los pasos para llegar a la solución final del ejercicio.

|  |  |
| --- | --- |
| **Título** | **Texto** |
| **Ejemplo 1** | Encuentre la serie de Laurent para la función compleja: $sen 1/z$.**Solución**Como se vio anteriormente la función trigonométrica $sen z$ se puede representar como:$$sen z=\sum\_{n=0}^{\infty }(-1)^{n}\frac{z^{2n+1}}{\left(2n+1\right)!}$$La cual converge para todo valor de $z$. Por lo tanto, se puede reemplazar $z$ por $^{1}/\_{z}$ para obtener la serie de Laurent de la función $sen z$:$$sen \frac{1}{z}=\sum\_{n=0}^{\infty }\frac{(-1)^{n}}{\left(2n+1\right)!}\left(\frac{1}{z}\right)^{2n+1}$$La cual converge para los valores: $0<\left|z\right|<\infty $. |
| **Ejemplo 2** | Encuentre la serie de Laurent para la función compleja: $e^{\frac{1}{z-i}}$.**Solución**Con las series de Taylor se había demostrado que:$$e^{z}=\sum\_{n=0}^{\infty }\frac{1}{n!}z^{n}$$Por lo tanto, la serie de Laurent será:$$e^{\frac{1}{z-i}}=\sum\_{n=0}^{\infty }\frac{1}{n!}\frac{1}{(z-i)^{n}}$$La cual converge para el intervalo de valores: $0<\left|z-i\right|<\infty $. |
| **Ejemplo 3** | .

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Pregunta** | **Texto** | **Retroalimentación** |
| 1 | Determine la serie de Laurent para la función:$f\left(z\right)=\frac{z^{2}-3}{(z+1)(z+3)}=\frac{z^{2}-3}{z^{2}+4z+3}$ para $\left|z\right|>3$.**Solución**1. Primero se debe analizar que los polinomios que conforman el numerador y el denominador tienen el mismo grado y un factor cuadrático irreducible. Por lo tanto, se debe realizar una división entre los polinomios:ass.pngA. -7z-6.B. z-6.C. -4z-6.D. -4z. |  |
| 2 | De acuerdo con el resultado anterior:$$f\left(z\right)=1+\frac{-4z-6}{z^{2}+4z+3}$$Lo cual es igual a:A. $=\frac{-4z-6}{(z+1)(z+3)}$.B. $=1+\frac{-4z-6}{(z+1)(z+3)}$.C. $=\frac{4z-6}{(z+1)(z+3)}$.D. $=1+\frac{4z-6}{(z+1)(z+3)}$. | Al factorizar la expresión se obtiene:$$f(z)=1+\frac{-4z-6}{(z+1)(z+3)}$$ |
| 3 | Al hacer la descomposición en fracciones parciales con los dos términos lineales del denominador se obtiene:$$1+\frac{-4z-6}{(z+1)(z+3)}=1+\frac{A}{(z+1)}+\frac{B}{(z+3)}$$$$1-4z-6=1+A\left(z+3\right)+B\left(z+1\right)$$$$1-4z-6=1+Az+3A+Bz+B$$$$1-4z-6=1+z\left(A+B\right)+(3A+B)$$Y el resultado final es:A. $\left\{\begin{array}{c}A+B=4\\3A+B=6\end{array}\right.$B. $\left\{\begin{array}{c}A+B=4\\3A+B=-6\end{array}\right.$C. $\left\{\begin{array}{c}A+B=-4\\3A+B=6\end{array}\right.$D. $\left\{\begin{array}{c}A+B=-4\\3A+B=-6\end{array}\right.$ | La respuesta correcta es:$$\left\{\begin{array}{c}A+B=-4\\3A+B=-6\end{array}\right.$$ |
| 4 | Solucionando este sistema de ecuaciones, se obtiene:$$\left\{\begin{array}{c}A=-1\\B=-3\end{array}\right.$$Por tanto, se expresa la función como:$$f\left(z\right)=1-\frac{3}{z+3}-\frac{1}{z+1}$$Se puede expresar cada fracción mediante una serie:$$\frac{1}{z+3}=\frac{1}{z\left(1+\frac{3}{z}\right)}=\sum\_{n=0}^{\infty }(-1)^{n}\frac{3^{n}}{z^{n+1}}$$$$\frac{1}{z+1}=\frac{1}{z\left(1+\frac{1}{z}\right)}=\sum\_{n=0}^{\infty }(-1)^{n}\frac{1^{n}}{z^{n+1}}$$De esta forma, la función compleja se expresa:A. $\frac{z^{2}-3}{(z+1)(z+3)}=1-\sum\_{n=0}^{\infty }(-1)^{n}\frac{3^{n+1}}{z^{n+1}}-\sum\_{n=0}^{\infty }(-1)^{n}\frac{1^{n}}{z^{n+1}}$B. $\frac{z^{2}-3}{(z+1)(z+3)}=1-\sum\_{n=0}^{\infty }(-1)^{n}\frac{3^{n+1}}{z^{n+1}}-\sum\_{n=0}^{\infty }(1)^{n}\frac{1^{n}}{z^{n+1}}$C. $\frac{z^{2}-3}{(z+1)(z+3)}=1-\sum\_{n=0}^{\infty }(-1)^{n}\frac{3^{n}}{z^{n}}-\sum\_{n=0}^{\infty }(-1)^{n}\frac{1^{n}}{z^{n+1}}$D. $\frac{z^{2}-3}{(z+1)(z+3)}=1-\sum\_{n=0}^{\infty }(-1)^{n}\frac{3^{n}}{z^{n}}-\sum\_{n=0}^{\infty }(1)^{n}\frac{1^{n}}{z^{n+1}}$ | La respuesta correcta es:$$\frac{z^{2}-3}{(z+1)(z+3)}$$$$=1-\sum\_{n=0}^{\infty }(-1)^{n}\frac{3^{n+1}}{z^{n+1}}-\sum\_{n=0}^{\infty }(-1)^{n}\frac{1^{n}}{z^{n+1}}$$La cual es válida para $\left|z\right|>3$. |

. |