PROBLEMAS CON RESTRICCIONES DE TIPO SI... ENTONCES

En un modelo matemático puede ocurrir que si la restricción:

$$f(x_1, x_2, \ldots x_n) > 0$$

se satisface, entonces la restricción:

$$g(x1, x2, \ldots xn) \geq 0$$

Si $f \leq 0$ la restricción $g \geq 0$ puede o no satisfacerse.

Para garantizar esta condición se pueden incorporar las siguientes restricciones:

$$-g(x1, x2, \ldots xn) \leq My$$

$$f(x1, x2, \ldots xn) \leq M(1 - y)$$

$$y = \{0,1\}$$

El valor de M debe ser escogido de tal forma que si f · M y ¡g · M se asegure que todos los valores de x_1, x_2, $\ldots x_n$ satisfagan las restricciones. Si la variable binaria vale cero, se tiene $f \leq M$, en particular $f > 0$. Por otro lado, si $y = 0$ se tiene $-g \leq 0$ o bien $g \geq 0$. En caso contrario, cuando $y = 1$ se tiene $f \leq 0$, es decir, no se puede cumplir que $f > 0$. Si $y = 1$ se tiene $-g \leq M$, es decir, se cumple si $g \geq 0$ o si $g < 0$.

En suma, si se satisface $f > 0$, la variable binaria debe valer 1 lo que obliga a satisfacer $g \leq 0$.

Ejemplo

Se tiene:

$$x_1 > 0 \qquad x_2 = x_3 = 0$$

En forma equivalente se tiene:

$$\text{Si } x_1 > 0 \quad x_2 + x_3 \leq 0 \text{ o } -x_2 - x_3 \geq 0$$

De esta forma se incorpora:

$$x_2 + x_3 \leq M_y$$

$$x_1 \leq M(1 - y)$$

$$y = \{0,1\}$$

El valor de M no tiene por qué ser único. En este caso, se pueden emplear los valores de M_i calculados previamente:

$$x_2 + x_3 \leq (M_2 + M_3)y = 3200y$$

$$x_1 \leq M_1(1 - y) = 2000(1 - y)$$

$$y = \{0,1\}$$