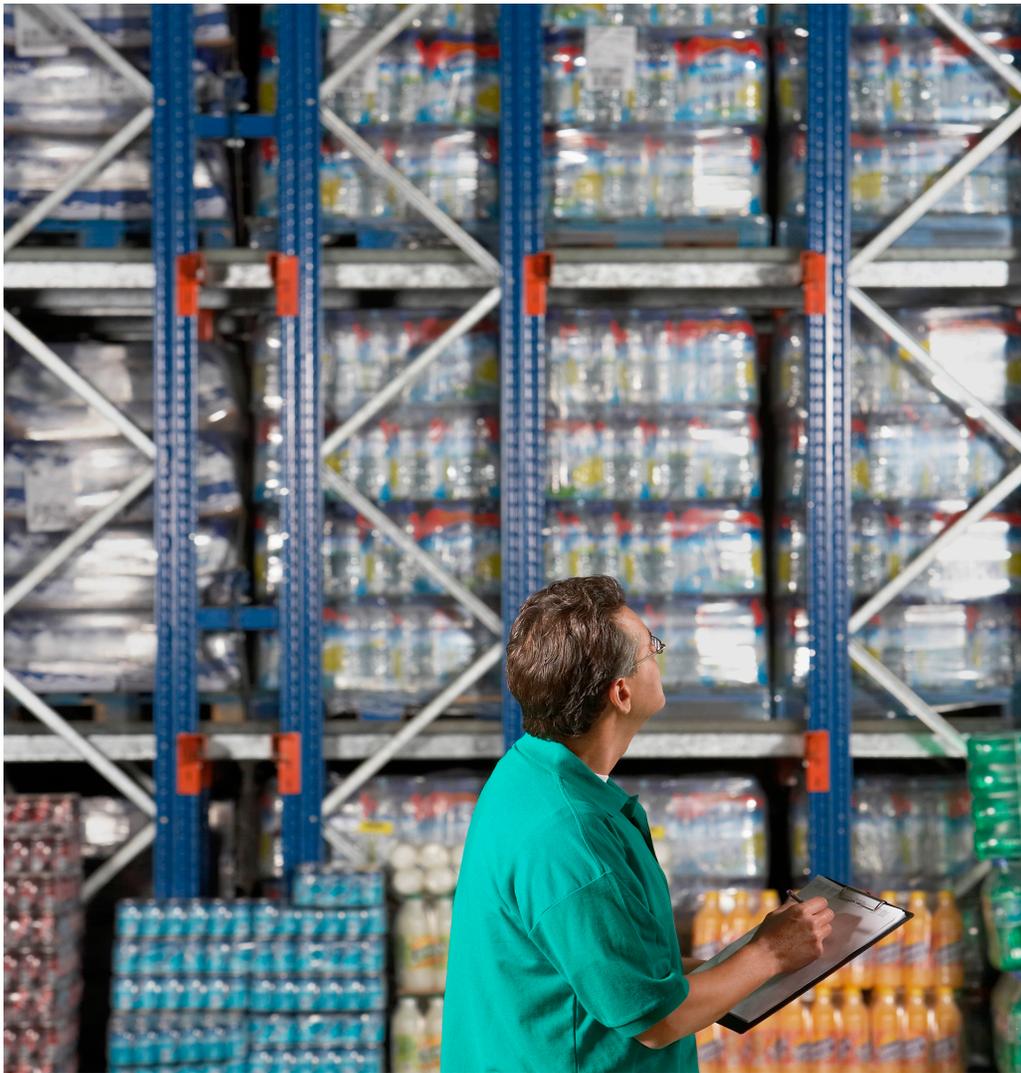


UNIDAD 1. MODELOS DE INVENTARIOS



Modelos de inventarios.

Tabla de contenido

UNIDAD 1. modelos de inventarios	1
Introducción	3
Objetivos	3
Objetivo general	3
Objetivos específicos	3
1.1 Modelos determinísticos	4
1.1.1 Modelo de compra sin déficit	4
1.1.2 Modelo de compra con déficit	8
1.1.3 Modelo de producción sin déficit	10
1.1.4 Modelo de producción con déficit	13
1.1.5 Modelo de descuentos por cantidad	15
1.2 Modelos probabilísticos	21
1.3 Otros modelos de inventarios – Sistema de inventario ABC	23
Resumen	29
Bibliografía	30

Introducción

Los inventarios son el enlace necesario entre el área de producción y el área comercial, sin ellos habría una desconexión total y por ende un aumento en los costos; sin inventarios simplemente no habría ventas. Hoy en día las empresas mantienen sus inventarios de materia prima, producto en proceso o semiterminado y producto terminado, para poder realizar sus tareas de producción y de compras economizando recursos, atendiendo a los clientes con mayor rapidez y optimizando todas las actividades de la empresa para poder obtener el mayor rendimiento financiero posible, objetivo que se logra obteniendo utilidades que obviamente dependen, en gran parte, de las ventas, ya que éstas son el motor de la empresa. Sin embargo, si los inventarios no operan con efectividad, ventas no tendrá material suficiente para poder trabajar, por consiguiente el cliente queda inconforme y la empresa como tal no recibe utilidades.

Los inventarios de materia prima sirven como entradas a una etapa del proceso de producción, los inventarios de producto en proceso sirven para complementar el proceso de producción y los inventarios de producto terminado sirven para satisfacer las necesidades insatisfechas de los clientes.

Objetivos

Objetivo general

Diferenciar y definir políticas óptimas de control de inventarios por medio de modelos matemáticos.

Objetivos específicos

- Clasificar los materiales existentes en el almacén que intervienen en el sistema.
- Definir los modelos de inventario aplicables.
- Proponer un modelo de inventario para la mejora de la compañía.
- Aplicar los modelos de inventario.

1.1 Modelos determinísticos

1.1.1 Modelo de compra sin déficit

Para trabajar este modelo se supone una tasa de producción continua, lo cual permite hacer una reposición del inventario constante durante el tiempo de producción. En este modelo en particular, por ser de compra, se deduce que el artículo no será producido sino comprado o que se necesita un material auxiliar utilizado en la producción, pero este elemento es comprado.

Este modelo es también conocido como modelo de cantidad de pedido económico o lote económico (EOQ); es uno de los modelos de inventario más antiguo y conocido, y está basado en las siguientes hipótesis:

- La demanda es constante y conocida.
- El plazo de entrega es constante y conocido.
- El pedido llega en un solo lote y todo de una vez.
- Los costos por ordenar un pedido y los costos de mantenimiento son constantes y conocidos.
- No son posibles los descuentos por cantidad.
- Se evitan las roturas de inventario.
- No se permite diferir demanda al futuro.

Con estas hipótesis de la utilización del inventario a través del tiempo, el gráfico tiene forma de dientes de sierra.

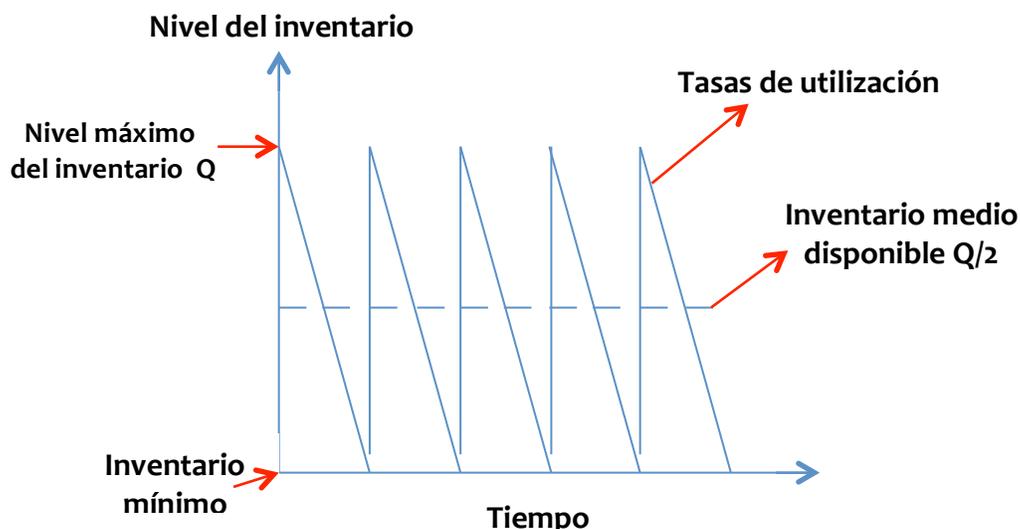


Imagen 1.1. Utilización del inventario a través del tiempo.

Para trabajar este modelo es necesario conocer algunas variables como:

Q	Cantidad óptima a comprar por pedido (EOQ)
D	Demanda por unidad de tiempo.
Co	Costo por ordenar el pedido.
Cm	Costo de mantener una unidad por año.
CTO	Costo total por ordenar un pedido.
CTM	Costo total de mantenimiento.
CT	Costo total del inventario.

Tabla 1.1. definición de variables

La cantidad óptima de pedido ocurrirá en el punto en que el costo por ordenar un pedido y los costos de almacenamiento sean iguales.

Costo total por ordenar = (Demanda anual / Cantidad optima) * Costo por ordenar

$$CTO = (D / Q) * Co$$

Costo total de mantenimiento = (Cantidad optima / 2) * Costo de mantenimiento

$$CTM = (Q/2) * Cm$$

Luego se procede a la igualación:

$$\begin{aligned}CTO &= CTM \\(D/Q) * Co &= (Q/2) * Cm \\2(D * Co) &= Q(Q * Cm) \\2DCo &= Q^2 Cm \\Q^2 &= DCo / Cm \\Q &= \sqrt{2DCo/Cm}\end{aligned}$$

Ejemplo 1

La empresa manufacturera Galey compra 8.000 chip cada año para utilizar en los equipos que produce. El costo unitario de cada chip es de \$30.000 y el costo de mantener o almacenar un chip en inventario por año es de \$3.000, además se sabe que realizar un pedido tiene un costo de \$10.000. ¿Cuál es la cantidad óptima de pedido?

Solución:

La información entregada por la Empresa Galey es la siguiente:

Demanda por unidad de tiempo	D = 8.000 uds/año
Costo por ordenar	Co = \$30.000 / pedido
Costo de mantenimiento	Cm = \$3.000 /uds/año

Primero se debe observar que los datos a trabajar estén en la misma unidad de tiempo. Si la demanda es diaria se multiplica por el número de días que la empresa labora; cuando no se indican se asumen 20 días de producción al mes. Si la demanda es semanal se multiplica por el número de semanas a laborar en el año, normalmente está entre 50 y 52; si la demanda es semestral se multiplica por dos por cuanto el año tiene 2 semestres y así sucesivamente con otras demandas dadas en diferentes cronologías. Para el caso planteado de la empresa Galey, esta trabaja anualmente, lo que permite directamente aplicar la fórmula entregada por el modelo:

$$Q = \sqrt[2]{2DCo/Cm}$$

$$Q = \sqrt[2]{(2(8.000)(30.000))/(3.000)}$$

$$Q = 400 \text{ uds/pedido}$$

Ejemplo 2

¿Si además la empresa Galey desea conocer el número esperado de pedidos cada año, el tiempo esperado entre pedidos, el punto de pedido o reorden y el costo total del inventario? Suponga que la empresa trabaja con un año laboral de 200 días y entregar un pedido tarda 3 días.

Solución:

Lo primero que debe hacerse es conocer las variables a utilizar:

N = Número esperado de pedidos al año.

T = Tiempo esperado entre pedidos.

ROP = Punto de pedido o reorden; suponer que una empresa espera hasta que el nivel de inventario de un artículo llegue a cero antes de efectuar un pedido y recibirlo al mismo tiempo.

CTO = Costo total por ordenar.

CTM = Costo total de mantenimiento.

L = Plazo de entrega.
d = Demanda diaria.

Luego se tiene en cuenta la formulación para cada cuestionamiento que realiza la Empresa Galey:

- Número esperado de pedidos cada año = Demanda anual / Cantidad óptima

$$N = D / Q$$
$$N = (8.000 \text{ uds/año}) / (400 \text{ uds/pedido}) = 20 \text{ pedidos/año}$$

- Tiempo esperado entre pedidos = Número de días laborados al año / Número de pedidos esperados al año

$$T = (\# \text{ días trabajados/año}) / N$$
$$T = (200 \text{ días/año}) / 20 \text{ pedidos/año} = 10 \text{ días entre pedido}$$

- Punto de pedido o reorden = demanda diaria * plazo de entrega
Primero se obtiene:

$$\text{Demanda diaria} = \text{Demanda anual} / \text{Número de días laborados al año}$$
$$d = (8.000 \text{ uds/año}) / (200 \text{ días/año}) = 40 \text{ uds/día}$$

Luego se encuentra el punto de pedido o reorden:

$$\text{ROP} = d * L$$
$$\text{ROP} = (40 \text{ uds/día}) * (3 \text{ días}) = 120 \text{ uds}$$

- Costo total del inventario = Costo total por ordenar + Costo total de mantenimiento

Costo total por ordenar un pedido = (Demanda anual / Cantidad óptima) * Costo de ordenar

Costo total de mantenimiento = (Cantidad óptima / 2) * Costo de mantener una unidad por año

$$\text{CT} = \text{CTO} + \text{CTM}$$
$$\text{CTO} = (D/Q) * C_o$$
$$\text{CTM} = (Q/2) * C_m$$

$$\text{CTO} = ((8.000 \text{ uds/año}) / (400 \text{ uds/pedido})) * (\$30.000 / \text{pedido}) = \$600.000/\text{año}$$

$$CTM = ((400 \text{ uds/pedido})/2) * (\$3.000 /\text{uds/año}) = \$600.000/\text{año}$$

$$CT = \$600.000/\text{año} + \$600.000/\text{año} = \$1.200.000 / \text{año}$$

1.1.2 Modelo de compra con déficit

Para trabajar este modelo se requieren los siguientes supuestos:

- La demanda es constante y conocida.
- La tasa de producción es constante y conocida.
- El pedido llega en un sólo lote y todo de una vez.
- Los costos por ordenar un pedido, los costos de mantenimiento y los costos de penalización y fijos son constantes y conocidos.
- No son posibles los descuentos por cantidad.
- Se permite diferir demanda al futuro.
- La reposición del inventario se hace instantáneamente.

Es necesario conocer las siguientes variables a trabajar:

- Q = Cantidad óptima a comprar por pedido.
- D = Demanda por unidad de tiempo.
- Co = Costo por ordenar el pedido.
- Cm = Costo de mantener una unidad por año.
- CTO = Costo total por ordenar un pedido.
- CTM = Costo total de mantenimiento.
- Cv = Costo variable por unidad.
- Cp = Costo unitario de penalización por unidad de tiempo.
- d = Tasa de demanda diaria.
- p = Tasa de producción diaria.
- Ct = Costo total promedio por unidad de tiempo.
- CT = Costo total por unidad de tiempo.

La cantidad óptima a pedir se obtiene de la siguiente fórmula:

$$Q = \sqrt[2]{(2DCo(Cp + Cm))/(CmCp)}$$

Ejemplo 3

La compañía Berom distribuye un artículo, el cual compra a un proveedor a \$1.424 por unidad. Además, se sabe que por colocar una orden de compra de dicho artículo se

genera un costo de \$1.250.000 y que por guardar unidades en almacén se causa un costo de mantenimiento de \$2.400 mensuales por unidad. Si se sabe que se tiene un pedido de un cliente por 120.000 unidades para ser entregadas en los próximos 16 meses y que por cada unidad que no se entregue a tiempo se causa un costo de penalización de \$20 por día, ¿cuál será la cantidad óptima de pedido si se sabe que la planta tiene que trabajar un mes de 30 días? Además se desea saber sus costos totales.

Solución:

La información suministrada por la compañía Berom es la siguiente:

Demanda por unidad de tiempo	$D = 120.000 \text{ uds}/16 \text{ meses}$
Costo por ordenar	$Co = \$1.250.000 / \text{pedido}$
Costo de mantenimiento	$Cm = \$2.400 \text{ uds}/\text{mes}$
Costo variable por unidad	$Cv = \$1.424 / \text{ud}$
Costo unitario de penalización	$Cp = \$20 \text{ ud}/\text{día}$

Hay que observar que la información arrojada por la compañía Berom no tiene la misma unidad de tiempo, por lo tanto hay que llevar toda la información a la misma unidad de tiempo. Para este caso se dejará como unidad de tiempo establecida el día.

Los parámetros a transformar son los siguientes:

- **Tasa de demanda diaria** = Demanda anual / Número de días tiempo entrega
 $d = (120.000 \text{ uds}/\text{año}) / (480 \text{ días}/\text{año}) = 250 \text{ uds}/\text{día}$
- **Costo de mantenimiento por día** = Costo de mantenimiento / Número de días del mes
 $Cm = (\$2.400 / \text{uds}/\text{mes}) / (30 \text{ días}) = \$80 \text{ ud}/\text{día}$

Luego se tiene en cuenta la formulación para cada cuestionamiento que realiza la compañía Berom:

- Cantidad óptima de pedido:

$$Q = \sqrt[2]{(2DCo(Cp + Cm))/(CmCp)}$$

$$Q = \sqrt[2]{(2(250)(1.250.000)(20 + 80))/(80 * 20)}$$
$$Q = 6.250 \text{ uds}/\text{pedido}$$

- Costo total promedio por unidad de tiempo:

$$Ct = \sqrt[2]{(2DCoCmCp) / (Cp + Cm)}$$

$$Ct = \sqrt[2]{(2(250)(1.250.000)(80)(20)) / (20 + 80)}$$

$$Ct = \$100.000 / \text{día}$$

- Costo total por unidad de tiempo:

$$CT = Ct + Cv$$

- **Costo variable por unidad** = Costo de producción por unidad * Tasa de demanda diaria:

$$Cv = (\$1.424 / \text{ud}) * (250 \text{ uds/día}) = \$356.000 / \text{día}$$

- Costo total por día:

$$CT = 100.000 + 356.000 = \$456.000 / \text{día}$$

- Costo total por año:

$$Ct = (100.000 * 360) + (1.424 * 360) = \$36.512.640 / \text{año}$$

1.1.3 Modelo de producción sin déficit

Para trabajar este modelo se requieren los siguientes supuestos:

- La demanda es constante y conocida.
- La tasa de producción es constante y conocida.
- El pedido llega en un sólo lote y todo de una vez.
- Los costos por ordenar un pedido y los costos de mantenimiento son constantes y conocidos.
- No son posibles los descuentos por cantidad.
- Se evitan las roturas de inventario.
- La tasa de producción debe ser mayor que la tasa de demanda diaria.
- No se permite diferir demanda al futuro.

Es necesario conocer las siguientes variables a trabajar:

- Q = Cantidad óptima a producir por pedido.
- D = Demanda por unidad de tiempo.
- Co = Costo por ordenar el pedido.
- Cm = Costo de mantener una unidad por año.
- CTO = Costo total por ordenar un pedido.
- CTM = Costo total de mantenimiento.
- d = Tasa de demanda diaria.
- p = Tasa de producción diaria.
- Ct = Costo total promedio por unidad de tiempo.
- CT = Costo total por unidad de tiempo.

La cantidad óptima a pedir se obtiene de la siguiente fórmula:

$$Q = \sqrt{2DCo / (Cm(1 - (\frac{d}{p})))}$$

Ejemplo 4

Una compañía fabrica guardapolvos para el mercado detallista del automóvil a un costo de \$120.000. Las previsiones de demanda para el próximo año son de 1.000 unidades, con una demanda diaria media de 3 unidades. Sin embargo, el proceso de producción es más eficiente con 4 unidades por día. Así que la compañía produce 4 unidades por día, pero sólo utiliza 3 unidades diarias. El costo por realizar un pedido es de \$100 y el costo de mantener una unidad en bodega es de \$5 por unidad por año. ¿Cuál será la cantidad óptima de pedido?, ¿cuántos días trabaja la compañía? y ¿cuáles son sus costos totales?

Solución:

La información entregada por la compañía es la siguiente:

Demanda por unidad de tiempo	D = 1.000 uds/año
Costo por ordenar	Co = \$100 / pedido
Costo de mantenimiento	Cm = \$5 /uds/año
Tasa de producción diaria	p = 4 uds/día
Tasa de demanda diaria	d = 3 uds/día
Costo variable	Cv = \$120.000 / ud * d

Primero hay que observar que los datos a trabajar estén en la misma unidad de tiempo; si la demanda es diaria se multiplica por el número de días que la empresa labora, cuando no se indican se asumen 20 días de producción al mes; si la demanda es semanal se multiplica por el número de semanas a laborar en el año, normalmente está entre 50 y 52; si la demanda es semestral se multiplica por dos por cuanto el año tiene dos semestres y así sucesivamente con otras demandas dadas en diferentes cronologías. Para el caso planteado, la compañía trabaja anualmente.

- **Cantidad óptima de pedido:**

$$Q = \sqrt{2DCo / (Cm(1 - (\frac{d}{p}))}$$
$$Q = \sqrt{(2(1.000)(100) / (5(1 - (\frac{3}{4})))}$$
$$Q = 400 \text{ uds/pedido}$$

- **Número de días trabajados al año:**

Demanda diaria = Demanda anual / Número de días laborados al año

Con la fórmula anterior se despeja Número de días laborados al año

Número de días laborados al año = Demanda anual / Demanda diaria

Número de días laborados al año = 1.000 uds/año / 3 ud/día

Número de días laborados al año = 334 días/año

- **Costo total promedio por unidad de tiempo:**

$$Ct = \sqrt{2DCoCm(1 - (\frac{d}{p}))}$$
$$Ct = \sqrt{(2(1.000)(100)(5)(1 - (\frac{3}{4}))}$$
$$Ct = \$500 / \text{año}$$

- **Costo total por unidad de tiempo:**

$$CT = Ct + Cv$$

- **Costo variable por unidad = Costo de producción por unidad * Tasa de demanda diaria:**

$$C_v = (\$120.000 / \text{ud}) * (1.000 \text{ uds/día}) = \$120.000.000 / \text{año}$$

$$CT = C_t + C_v$$

$$CT = \$500 / \text{año} + \$120.000.000 / \text{año} = \$120.000.500 / \text{año}$$

1.1.4 Modelo de producción con déficit

Para trabajar este modelo se requieren los siguientes supuestos:

- La demanda es constante y conocida.
- La tasa de producción es constante y conocida.
- El pedido llega en un sólo lote y todo de una vez.
- Los costos por ordenar un pedido, los costos de mantenimiento y los costos de penalización son constantes y conocidos.
- No son posibles los descuentos por cantidad.
- Se evitan las roturas de inventario.
- La tasa de producción debe ser mayor que la tasa de demanda diaria.
- Se permite diferir demanda al futuro.

Es necesario conocer las siguientes variables a trabajar:

- Q = Cantidad óptima a producir por pedido.
- D = Demanda por unidad de tiempo.
- Co = Costo por ordenar el pedido.
- Cm = Costo de mantener una unidad por año.
- CTO = Costo total por ordenar un pedido.
- CTM = Costo total de mantenimiento.
- Cv = Costo variable por unidad.
- Cp = Costo unitario de penalización por unidad de tiempo.
- d = Tasa de demanda diaria.
- p = Tasa de producción diaria.
- Ct = Costo total promedio por unidad de tiempo.
- CT = Costo total por unidad de tiempo.

La cantidad óptima a pedir se obtiene de la siguiente formula:

$$Q = \sqrt{\frac{2DCo(C_p + C_m)}{C_m C_p (1 - \left(\frac{d}{p}\right))}}$$

Ejemplo 5

Suponga que Industrias Galey, una fábrica de calzado, tiene una previsión de demanda anual de 21.600 unidades (suponga un año de 360 días), estipulándose que por cada unidad no entregada a tiempo se causa un costo de \$20 por día. El departamento de producción reportó que al realizar un pedido su costo es de \$540.000, mientras que guardar una unidad en bodega genera un costo de \$750 por mes. ¿Cuál será la cantidad óptima de pedido e inventario si se sabe que la planta tiene capacidad para producir 75 unidades por día y que el costo de producción de cada unidad es de \$125?

Solución:

La información entregada por Industrias Galey es la siguiente:

Demanda por unidad de tiempo	$D = 21.600 \text{ uds/año}$
Costo por ordenar	$Co = \$540.000 / \text{pedido}$
Costo de mantenimiento	$Cm = \$750 / \text{uds/mes}$
Costo variable por unidad	$Cv = \$125 / \text{ud} * d$
Tanda de producción diaria	$p = 75 \text{ ud/mes}$
Costo unitario de penalización	$Cp = \$20 \text{ ud/día}$

Hay que observar que la información arrojada por Industrias Galey no tiene la misma unidad de tiempo, por lo tanto hay que llevar toda la información a la misma unidad de tiempo. Para este caso se dejará como unidad de tiempo establecida el día.

Los parámetros a transformar son los siguientes:

- Tasa de demanda diaria = Demanda anual / Número de días laborados al año

$$d = (21.600 \text{ uds/año}) / (360 \text{ días/año}) = 60 \text{ uds/día}$$

- Costo de mantenimiento por día = Costo de mantenimiento / Número de días del mes

$$Cm = (\$750 / \text{uds/mes}) / (30 \text{ días}) = \$25 \text{ ud/día}$$

Luego se tiene en cuenta la formulación para cada cuestionamiento que realiza Industrias Galey:

- Cantidad óptima de pedido:

$$Q = \sqrt[2]{(2dCo(Cp + Cm)) / (CmCp(1 - \left(\frac{d}{p}\right)))}$$

$$Q = \sqrt[2]{(2(60)(540.000)(20 + 25))/(25)(20)(1 - \left(\frac{60}{75}\right))}$$

$$Q = 2.700 \text{ unidades diarias}$$

- Costo total promedio por unidad de tiempo:

$$Ct = \sqrt[2]{(2dCoCmCp)(1 - \left(\frac{d}{p}\right)) / (Cp + Cm)}$$

$$Ct = \sqrt[2]{(2(60)(540.000)(25)(20))(1 - \left(\frac{60}{75}\right)) / (20 + 25)}$$

$$Ct = \$24.000 / \text{día}$$

- Costo total por unidad de tiempo:

$$CT = Ct + Cv$$

- Costo variable por unidad = Costo de producción por unidad * Tasa de demanda diaria:

$$Cv = (\$125 / \text{ud}) * (60 \text{ uds/día}) = \$7.500 / \text{día}$$

- Costo total por día:

$$CT = 24.000 + (125 * 60) = \$31.500 / \text{día}$$

- Costo total por año:

$$Ct = (24.000 * 360) + (125 * 360) = \$8.685.000 / \text{año}$$

1.1.5 Modelo de descuentos por cantidad

Las empresas, para aumentar sus ventas, ofrecen a sus clientes descuentos por cantidad, que es sencillamente un precio reducido de un producto cuando se compra

en grandes cantidades, pero no siempre es aconsejable tomarlo, pues lo ganado en el descuento se puede estar perdiendo en el costo de mantenimiento o almacenamiento, lo que hace necesario realizar un análisis detallado de los costos para evaluar si es conveniente o no.

Para trabajar este modelo se requieren los siguientes supuestos:

- La demanda es constante y conocida.
- Los costos por ordenar un pedido y los costos de mantenimiento son constantes y conocidos.
- Se debe utilizar únicamente en compras.
- Se evitan las roturas de inventario.
- La reposición del inventario se hace instantáneamente.
- No se permite diferir demanda al futuro.

Es necesario conocer las siguientes variables a trabajar:

- Q = Cantidad óptima a producir por pedido.
- D = Demanda por unidad de tiempo.
- Co = Costo por ordenar el pedido.
- Cm = Costo de mantener una unidad por año.
- CTO = Costo total por ordenar un pedido.
- CTM = Costo total de mantenimiento.
- CT = Costo total por unidad de tiempo.

La cantidad óptima a pedir se obtiene de la siguiente fórmula:

$$Q = \sqrt[2]{(2DCo/Cm)}$$

Con la claridad que el costo de mantenimiento o almacenamiento puede ser tomado como un porcentaje del precio.

$$Cm = IP$$
$$Q = \sqrt[2]{(2DCo/IP)}$$

Ejemplo 6

Una distribuidora de radiadores para automóviles ofrece el siguiente programa de descuentos en sus radiadores para la marca Chevrolet, como se muestra en la tabla 1.2.

PEDIDO	PRECIO
10 o menos	\$18.000
De 10 a 50	\$17.500
Más de 50	\$17.250

Tabla 1.2. Ejemplo 6.

La Compañía Chevrolet pide radiadores a la distribuidora. La compañía Chevrolet tiene un costo por realizar un pedido de \$4.5 y el costo de mantener o almacenar es de \$20 y su demanda anual es de 100 radiadores. ¿Qué política de pedido recomendaría usted?

Solución:

La información entregada por la compañía Chevrolet es la siguiente:

Demanda por unidad de tiempo	D = 100 uds/año
Costo por ordenar	Co = \$4.5 / pedido
Costo de mantenimiento	Cm = \$20 /uds/año

Primero se tiene que implementar una metodología para realizar este modelo en cuatro partes:

1. Se hallan las cantidades óptimas para cada precio, siempre y cuando el costo de mantenimiento esté dado por un porcentaje del precio; en su defecto solamente se halla aplicando el modelo de compra sin déficit.
2. Se ajustan las cantidades a pedir por las unidades más bajas correspondientes a ese rango de unidades y precio.
3. Se encuentran los costos totales para cada precio y rango de unidades.
4. Se elige el costo más bajo de los precios y rangos de unidades, y se recomienda esa política de inventario.

Proceso

1. Para la primera parte, en este caso de la Compañía Chevrolet, se utiliza el modelo de compra sin déficit.

$$Q = \sqrt[2]{(2DCo/Cm)}$$

$$Q = \sqrt[2]{(2(100)(4.5)/(20)}$$

$$Q = 6.70 \text{ uds/pedido} == Q = 7 \text{ uds/pedido}$$

2. Para la segunda parte se ajusta el inventario por lo más bajo como se puede observar en la tabla 1.2.

Rango Uds	Precio \$	Q optima Uds	Q ajustada Uds
1 – 9	18.000	7	7
10 – 50	17.500	7	10
51 - +	17.250	7	51

Tabla 1.3. ajuste de inventario.

3. Para la tercera parte se encuentran los costos totales para cada precio.

Costo anual de la producción

$$CAPn\ 18.000 = (D * Precio) = (100 * 18.000) = \$1.800.000$$

$$CAPn\ 17.500 = (D * Precio) = (100 * 17.500) = \$1.750.000$$

$$CAPn\ 17.250 = (D * Precio) = (100 * 17.250) = \$1.725.000$$

Costo total de ordenar para cada precio

$$CTO\ 18.000 = (D/Q) * Co = (100/7) * (4.5) = \$64.28$$

$$CTO\ 17.500 = (D/Q) * Co = (100/10) * (4.5) = \$45$$

$$CTO\ 17.250 = (D/Q) * Co = (100/51) * (4.5) = \$8.82$$

Costo total de mantener para cada precio

$$CTM\ 18.000 = (Q/2) * Cm = (7/2) * (20) = \$70$$

$$CTM\ 17.500 = (Q/2) * Cm = (10/2) * (20) = \$100$$

$$CTM\ 17.250 = (Q/2) * Cm = (51/2) * (20) = \$510$$

Costo total

$$CT\ 18.000 = CAPn + CTO + CTM = 1.800.000 + 64.28 + 70 = \$1.800.134.28$$

$$CT\ 17.500 = CAPn + CTO + CTM = 1.750.000 + 45 + 100 = \$1.750.145$$

$$CT\ 17.250 = CAPn + CTO + CTM = 1.725.000 + 8.82 + 510 = \$1.725.518.82$$

4. Para la cuarta parte o final se elige el costo menor y se recomienda la política de pedido.

En este caso de la compañía Chevrolet se elige el costo de \$1.725.518.82 que corresponde al rango de 51 o más y al precio de \$17.250, por lo cual la recomendación es que la compañía Chevrolet pida 51 unidades.

El resumen se puede visualizar en la tabla 1.4.

Rango	Precio	Q	CAPn	CTO	CTM	CT	Elección
1 - 9	18.000	7	1.800.000	64.28	70	1.800.134.28	
10 - 50	17.500	10	1.750.000	45	100	1.750.145	
51 - +	17.250	51	1.725.000	8.82	510	1.725.518.82	XXX

Tabla 1.4. resumen del ejemplo 6.

Ejemplo 7

Disney almacena coches de juguete. Recientemente ha establecido su programa de descuentos para los coches de juguete así: El costo normal de los coches es de US\$5; para pedidos entre 1.000 y 1.999 unidades el costo es de US\$4.8 y para pedidos superiores o iguales a 2.000 el costo es de US\$4.75 (Tabla 1.5). Además, el costo por ordenar un pedido es de US\$49 por pedido, la demanda anual es de 5.000 unidades y el costo de mantener como porcentaje del costo es del 20%. ¿Cuál es la cantidad de pedido que minimizará el costo total del inventario?

Rango	Precio
1 - 999	US\$5
1.000 - 1.999	US\$4.8
2.000 - Más	US\$4.75

Tabla 1.5 Ejemplo 7.

Solución:

La información entregada por la empresa Disney es la siguiente:

Demanda anual	D = 5.000 uds/año
Costo por ordenar	Co = US\$49 / pedido
Costo de mantenimiento	Cm = 20% del precio

Para la primera parte, en este caso de la empresa Disney, no se utiliza el modelo de compra sin déficit.

$$Q = \sqrt[2]{(2DCo/IP)}$$

$$Q_5 = \sqrt[2]{(2(5.000)(49)/(0.20 * 5)} = 700 \text{ uds/pedido}$$

$$Q_{4.8} = \sqrt{\frac{2(5.000)(49)}{0.20 * 4.8}} = 714 \text{ uds/pedido}$$

$$Q_{4.75} = \sqrt{\frac{2(5.000)(49)}{0.20 * 4.75}} = 718 \text{ uds/pedido}$$

Para la segunda parte se ajusta el inventario por lo más bajo como se puede observar en la tabla 1.6.

Rango Uds	Precio US\$	Q optima Uds	Q ajustada Uds
1 – 999	5	700	700
1.000 – 1.999	4.8	714	1000
2.000 - +	4.75	718	2000

Tabla 1.6. ajuste de inventario.

Para la tercera parte se encuentran los costos totales para cada precio

Costo Anual de la producción

$$CAP_n 5 = (D * Precio) = (5.000 * 5) = US\$25.000$$

$$CAP_n 4.8 = (D * Precio) = (5.000 * 4.8) = US\$24.000$$

$$CAP_n 4.75 = (D * Precio) = (5.000 * 4.75) = US\$23.750$$

Costo total de ordenar para cada precio

$$CTO 5 = (D/Q) * Co = (5.000/700) * (49) = US\$350$$

$$CTO 4.8 = (D/Q) * Co = (5.000/1.000) * (49) = US\$245$$

$$CTO 4.75 = (D/Q) * Co = (5.000/2.000) * (49) = US\$122.5$$

Costo total de mantener para cada precio

$$CTM 5 = (Q/2) * Cm = (700/2) * (0.20*5) = US\$350$$

$$CTM 4.8 = (Q/2) * Cm = (1.000/2) * (0.20*4.8) = US\$480$$

$$CTM 4.75 = (Q/2) * Cm = (2.000/2) * (0.20*4.75) = US\$950$$

Costo total

$$CT 5 = CAP_n + CTO + CTM = 25.000 + 350 + 350 = US\$25.700$$

$$CT 4.8 = CAP_n + CTO + CTM = 24.000 + 245 + 480 = US\$24.725$$

$$CT 4.75 = CAP_n + CTO + CTM = 23.750 + 122.5 + 950 = US\$24.822.5$$

Para la cuarta parte o final se elige el costo menor y se recomienda la política de pedido.

En este caso de la empresa Disney, se elige el costo de US\$24.725 que corresponde al rango de 1.000 y al precio de US\$4.8, por lo cual la recomendación es que la empresa Disney pida 1.0

00 coches porque esta cantidad puede ser la que minimice el costo total del inventario.

El resumen se puede visualizar en la tabla 1.7.

Rango	Precio	Q	CAPn	CTO	CTM	CT	Elección
1 – 999	5	700	25.000	350	350	25.700	
1.000 – 1.999	4.8	1.000	24.000	245	480	24.725	XXX
2.000 - +	4.75	2.000	23.750	122.5	950	24.822.5	

Tabla 1.7. resumen del ejemplo 7.

1.2 Modelos probabilísticos

Para trabajar estos modelos se requieren los siguientes supuestos:

- La demanda no es constante.
- La demanda se puede definir por una distribución de probabilidad.
- No son posibles los descuentos por cantidad.
- Se evitan las roturas de inventario.
- Mantener un nivel de servicio adecuado frente a la incertidumbre de la demanda.
- El nivel de servicio es el complemento de la probabilidad que se agoten las existencias.

Es necesario conocer las siguientes variables a trabajar:

- d = Tasa de demanda diaria.
- L = Plazo de entrega del pedido.
- p = Tasa de producción diaria.
- ROP = Punto de pedido o reorden.
- CT = Costo total por unidad de tiempo.
- μ = Demanda media.
- σ = Desviación estándar.
- Z = Distribución normal.

Ejemplo 8

La comercializadora Arsuplely ha determinado que su punto de pedido de alarmas es de 100 unidades. El costo de ordenar un pedido es de US\$10 y el costo de rotura de inventario o existencias es de US\$80 por alarma. La Comercializadora ha experimentado la siguiente distribución de probabilidad como se observa en la tabla 1.8 para la demanda de inventario durante el periodo de reaprovisionamiento. El número óptimo de pedido por año es de seis.

	# uds	Probab.
	60	0.2
	80	0.2
ROP	100	0.3
	120	0.2
	140	0.1
		1.0

Tabla 1.8 ejemplo 8

¿Cuánto inventario de seguridad debe mantener la comercializadora Arsuplely?

Solución:

El objetivo es encontrar el inventario de seguridad que minimice los costos totales adicionales de mantenimiento y los costos de rotura de inventario sobre una base anual.

Un stock de seguridad de 40 alarmas supone un nuevo ROP que eleva el costo anual de mantenimiento.

$$\text{ROP} = 100 + 40 = 140 \text{ sería el nuevo ROP}$$

$$\text{Costo anual de mantenimiento} = (\text{costo de mantener} * \text{unidades añadidas al ROP})$$

$$\text{Costo anual de mantenimiento} = (\text{US\$10} * 40 \text{ uds añadidas al ROP}) = \text{US\$400}$$

El costo de falta de existencias para cualquier nivel de inventario de seguridad es el costo esperado por agotarse el inventario = (número de alarmas faltantes * la probabilidad que se presente la rotura * costo de quedarse sin existencias * número de veces al año que puede ocurrir o el número de pedidos al año) + (costos de la rotura de inventario de cada nivel posible de la rotura para un ROP dado) se aplica en la tabla 1.9 en el costo de rotura de inventario.

STOCK	ALMACENAMIENTO ADICIONAL	COSTO DE ROTURA DE INVENTARIO	COSTO TOTAL
40	$(US\$10 \times 40) = US\400	US\$0	US\$400
20	$(US\$10 \times 20) = US\200	$(20 \times 0.1 \times 80 \times 6) = US\960	US\$1160
0	US\$0	$(20 \times 0.2 \times 80 \times 6) + (40 \times 0.1 \times 80 \times 6) = US\3840	US\$3840

Tabla 1.9 agotamiento de inventario

El stock de seguridad para la comercializadora Arsupley con el costo total más bajo es de 40 alarmas.

1.3 Otros modelos de inventarios – Sistema de inventario ABC

Para muchos el ABC es considerado como un sistema, pero en realidad se trata de un método de costeo de la producción basado en las actividades realizadas en su elaboración. El método se diseñó para las empresas de manufactura, sin embargo gracias a los buenos resultados en el manejo del mismo su aplicación se extiende a las empresas de servicios.

El ABC es un sistema de costos basado en actividades que permite clasificar los productos o artículos para fijarles un determinado nivel de control de existencias y reducir los costos en el manejo de inventarios.

Es una aplicación del principio de Pareto que manifiesta que hay unos pocos críticos y un gran número de triviales.

El sistema ABC clasifica los artículos del inventario en tres grupos:

- **Grupo A:** Se incluyen los artículos más importantes cuyo volumen anual en dinero es alto. Corresponden a aquellos artículos que contribuyen entre el 70% y el 80% del valor total del inventario y, generalmente, constituyen alrededor del 15% de los artículos totales del inventario.
- **Grupo B:** Corresponde a aquellos artículos de importancia secundaria cuyo volumen anual en dinero es medio. Corresponden a aquellos artículos que contribuyen entre el 15% y el 25% del valor total del inventario y, generalmente, constituyen alrededor del 30% de los artículos totales del inventario.
- **Grupo C:** Son artículos de importancia reducida, cuyo volumen anual en dinero es bajo. Corresponden a aquellos artículos que representan el 5% del valor total

del inventario y, generalmente, constituyen aproximadamente alrededor del 55% de los artículos totales del inventario.

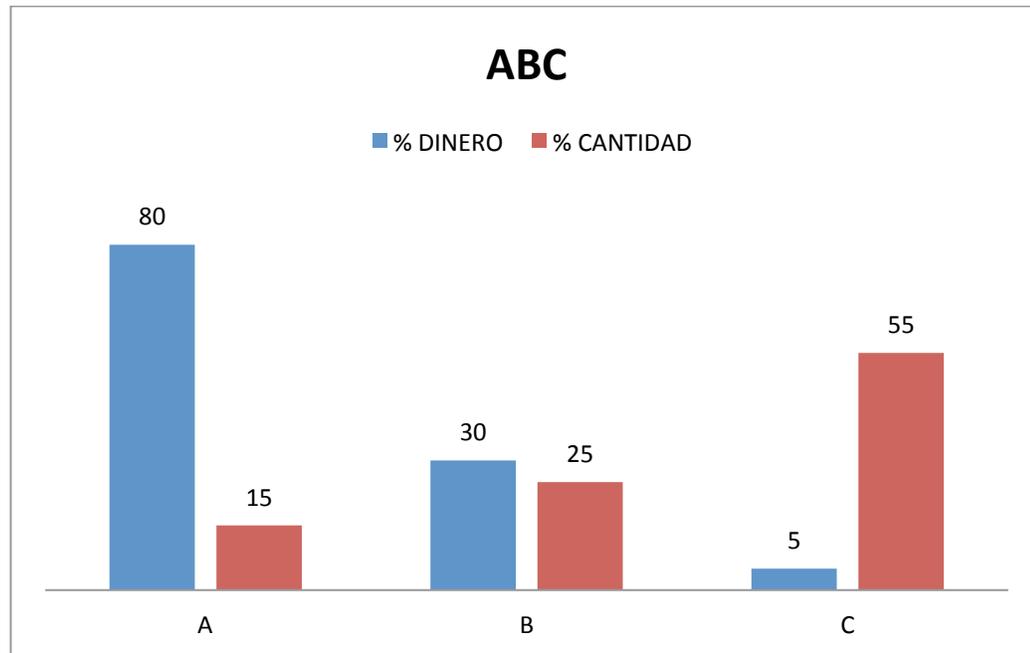


Figura 1. Representación gráfica del análisis ABC.

La clasificación ABC permite fijar las siguientes políticas:

- Los recursos gastados deben ser mayores en los artículos A que en los artículos B y C.
- El control físico del inventario debe ser más estricto en los artículos A, los cuales deben estar en un área más segura y deben trabajar con la herramienta de exactitud de registros.
- El pronóstico de los artículos A debe realizarse con mayor cuidado que el de los artículos B y C.

Los resultados del ABC pueden ser los siguientes:

- Mejores previsiones.
- Mejor control físico.
- Fiabilidad de proveedores.
- Reducción final del inventario de seguridad.
- Reducción de las inversiones en inventario.

El sistema ABC permite desarrollar este método por las siguientes clasificaciones:

- Clasificación por precio unitario.
- Clasificación por valor total.
- Clasificación por utilización y valor.
- Clasificación por su aporte a las utilidades.

Siendo la más utilizada la clasificación por valor total.

Ejemplo 9

Una compañía manufacturera ha entregado la información de costo unitario y cantidades de cada uno de sus artículos como se muestra en la tabla 1.10.

ARTÍCULOS	COSTO UNITARIO	CANTIDAD
1	\$5.000	6.000
2	\$50	7.600
3	\$860	2.400
4	\$1.475	1.500
5	\$10.800	4.050
6	\$4.500	1.400
7	\$245	2.400
8	\$505	100
9	\$300	3.400
10	\$1.580	1.916
11	\$400	714
12	\$1.100	1.980
13	\$1.880	4.140
14	\$120	3.100
15	\$5.400	4.000

Tabla 1.10. Costo unitario y cantidades

Establecer para estos productos la clasificación ABC por el sistema de valor total.

Solución:

Para resolver por el método de clasificación por valor total se aplicarán los siguientes pasos:

1. Promediar los valores totales (se parte del hecho que los inventarios ya están promediados).

2. Ordenar los artículos en orden descendente con base en el total de dinero invertido (Tabla 1.11).

ARTÍCULOS	COSTO UNITARIO	CANTIDAD	VALOR
5	\$10.800	4.050	\$43.740.000
1	\$5.000	6.000	\$30.000.000
15	\$5.400	4.000	\$21.600.00
13	\$1.880	4.140	\$7.783.200
6	\$4.500	1.400	\$6.300.000
10	\$1.580	1.916	\$3.027.280
4	\$1.475	1.500	\$2.212.500
12	\$1.100	1.980	\$2.178.000
3	\$860	2.400	\$2.064.000
9	\$300	3.400	\$1.020.000
7	\$245	2.400	\$588.000
2	\$50	7.600	\$380.000
14	\$120	3.100	\$372.000
11	\$400	714	\$285.600
8	\$505	100	\$50.500

Tabla 1.11 orden descendentes de los artículos.

3. Clasificar como artículos A, cuyo porcentaje supone el 10% del total de los artículos, en este caso 2 artículos como se aprecia en la tabla 1.12

ARTÍCULOS	COSTO UNITARIO	CANTIDAD	VALOR
5	\$10.800	4.050	\$43.740.000
1	\$5.000	6.000	\$30.000.000
15	\$5.400	4.000	\$21.600.00
13	\$1.880	4.140	\$7.783.200
6	\$4.500	1.400	\$6.300.000
10	\$1.580	1.916	\$3.027.280
4	\$1.475	1.500	\$2.212.500
12	\$1.100	1.980	\$2.178.000
3	\$860	2.400	\$2.064.000
9	\$300	3.400	\$1.020.000
7	\$245	2.400	\$588.000
2	\$50	7.600	\$380.000
14	\$120	3.100	\$372.000
11	\$400	714	\$285.600
8	\$505	100	\$50.500

Tabla 1.12 clasificación de los artículos.

4. Clasificar como artículos B, cuyo porcentaje supone el 20% del total de los artículos, en este caso 3 artículos como se aprecia en la tabla 1.13.

ARTÍCULOS	COSTO UNITARIO	CANTIDAD	VALOR
5	\$10.800	4.050	\$43.740.000
1	\$5.000	6.000	\$30.000.000
15	\$5.400	4.000	\$21.600.00
13	\$1.880	4.140	\$7.783.200
6	\$4.500	1.400	\$6.300.000
10	\$1.580	1.916	\$3.027.280
4	\$1.475	1.500	\$2.212.500
12	\$1.100	1.980	\$2.178.000
3	\$860	2.400	\$2.064.000
9	\$300	3.400	\$1.020.000
7	\$245	2.400	\$588.000
2	\$50	7.600	\$380.000
14	\$120	3.100	\$372.000
11	\$400	714	\$285.600
8	\$505	100	\$50.500

Tabla 1.13 clasificación como artículos B.

5. Clasificar como artículos C, los artículos de menor inversión en el inventario total como se aprecia en la tabla 1.14.

ARTÍCULOS	COSTO UNITARIO	CANTIDAD	VALOR
5	\$10.800	4.050	\$43.740.000
1	\$5.000	6.000	\$30.000.000
15	\$5.400	4.000	\$21.600.00
13	\$1.880	4.140	\$7.783.200
6	\$4.500	1.400	\$6.300.000
10	\$1.580	1.916	\$3.027.280
4	\$1.475	1.500	\$2.212.500
12	\$1.100	1.980	\$2.178.000
3	\$860	2.400	\$2.064.000
9	\$300	3.400	\$1.020.000
7	\$245	2.400	\$588.000
2	\$50	7.600	\$380.000
14	\$120	3.100	\$372.000
11	\$400	714	\$285.600
8	\$505	100	\$50.500

Tabla 1.14 clasificación de los artículos C.

6. Con base en la clasificación se establecen las políticas de control y periodicidad de los artículos. La tabla 1.15 presenta la cantidad de artículos de cada tipo de clasificación, valor invertido y sus porcentajes correspondientes.

TIPO	ARTÍCULO	PORCENTAJE	INVERSIÓN	PORCENTAJE
A	2	10%	\$73.740.000	61%
B	3	20%	\$35.683.200	29%
C	10	70%	\$12.177.880	10%
TOTAL	15	100%	\$121.601.080	100%

Tabla 1.15 Cantidad de artículos de cada tipo de clasificación, valor invertido y sus porcentajes correspondientes.

Con base en los datos de la tabla 1.14 se observa que el 61% del total de la inversión del inventario está en clasificación tipo A, representado en 2 artículos; el 29% del total de la inversión del inventario está en clasificación tipo B, representado en 3 artículos, mientras que la mayoría de productos (10) toman tan sólo el 10% del total de la inversión del inventario.

Lo anterior indica que a los artículos A se les debe colocar un 100% de control (revisión continua); a los artículos B se les debe colocar un poco menos de control (revisión periódica); y a los artículos C se les debe colocar un nivel bajo de control sin descuidar algún artículo importante en un proceso de producción, pues podría causar escasez y esto afectaría la producción, por lo cual se le coloca un nivel elevado de control sin tener en cuenta su clasificación.

Resumen

Los modelos determinísticos son cinco:

- El modelo de compra sin déficit
- Modelo de compra con déficit
- Modelo de producción sin déficit
- Modelo de producción con déficit
- Modelo de descuentos por cantidad

Otros modelos de inventarios son los modelos probabilísticos y el sistema de inventarios ABC.

Bibliografía

- Bronson, R. (1993). Investigación de operaciones, México, Editorial McGraw-Hill.
- Chediak, F. (2005). Investigación de operaciones, Colombia Ibagué, Editorial El Poirá.
- Izar, J. (2012). Investigación de operaciones, México: Editorial Trillas.
- Roscoe, D. (1984). Modelos cuantitativos para administración, México: Editorial Iberoamérica.
- Lieberman, G. (2002). Investigación de operaciones. México: Editorial McGraw-Hill.
- Taha, H. (2008). Investigación de operaciones, México: Editorial Alfaomega.
- Winston, W. (2005). Investigación de operaciones, México, Editorial Thomson.