**Título:** Demostración del primer teorema de las funciones crecientes y decrecientes

**Formato:** Videotutorial

**Autor:** Jorge Arturo León Rivera

**Libreto:** Edgar Andrés Castro Peña

**Realizador:** Natalia Rivera

**Asignatura:** Matemáticas II

**Programa:** Administración de Empresas

**Unidad:** 3

**Pantalla:** 7

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Imagen** | **Locución** | **Imagen o subtítulos** |
| Cabezote |  | **Demostración del primer teorema de las funciones crecientes y decrecientes** |
| Presentador en plano medio. | Estimados estudiantes, en este video vamos a resolver un ejemplo que nos permitirá comprender la forma de identificar los extremos relativos de una función, definiendo previamente si esta es creciente o decreciente. Veamos…  |  |
| Texto en pantalla con voz en *off*. | Nos piden determinar los intervalos en los que es creciente o decreciente la función que vemos en pantalla. | Determine los intervalos en los que la siguiente función es creciente o decreciente:$$f\left(x\right)=-x^{5}+\frac{5}{2}x^{4}+\frac{40}{3}x^{3}+5$$ |
| Cortina |  | **Solución del ejemplo** |
| Dividir la pantalla en dos, a la izquierda el presentador y a la derecha el texto. | Para determinar si la función es creciente o decreciente, primero debemos derivarla, tras lo cual tendremos que $f'\left(x\right)=-5x^{2}\left(x-4\right)\left(x+2\right)$. | $$f´\left(x\right)=-5x^{4}+10x^{3}+40 x^{2}$$$$f´\left(x\right)=-5x^{2}(x^{2}-2x-8)$$$$f´\left(x\right)=-5x^{2}\left(x-4\right)\left(x+2\right)$$ |
| Tenga en cuenta que el primer factor en la derivada es -1 y que a partir de la forma factorizada de la derivada se pueden obtener tres puntos críticos: $x=-2$, $x=0$ y $x=4$. | **Puntos críticos**$$x=-2$$$$x=0$$$$x=4$$ |
| Presentador en plano medio. | Ahora se debe determinar el lugar donde la derivada es positiva y donde es negativa. Dado que la derivada es un polinomio, la única manera para poder cambiar de signo es cruzarla a través de cero. En otras palabras, los únicos lugares en los que la derivada puede cambiar de signo es en los puntos críticos de la función. |  |
| Dividir la pantalla en dos, a la izquierda el presentador y a la derecha el texto. | Esta afirmación plantea un nuevo uso para los puntos críticos, por lo que resulta muy útil diseñar una recta numérica, como la que vemos en pantalla, en la que se representen los puntos críticos y se calculen los puntos de prueba de cada región para ver si la derivada es positiva o negativa. | hapeOfGraphI_Ex1_G1 |
| Se deben probar los puntos en la derivada y no en la función, como erróneamente suele hacerse a veces, pues la derivada será la misma en cada región. Debido a que los únicos puntos en los que la derivada puede cambiar de signo son los puntos críticos, se señalaron los únicos puntos críticos en la recta numérica. |
| Por lo tanto, estos son los intervalos de crecimiento y decrecimiento que se evidencian en la gráfica: | Creciente: $-2<x<0 y 0<x<4$Decreciente: $-\infty <x<-2 y 4<x<\infty $ |
| Cortina |  | **Conclusión** |
| Presentador en plano medio. | En este ejemplo se aprovechó el hecho de que los únicos lugares en los que la derivada puede cambiar de signo es en los puntos críticos. Además, los puntos críticos para esta función eran aquellos en los que la derivada fue igual a cero; sin embargo, lo mismo puede decirse de los puntos críticos donde no existe la derivada. Esto es bueno saberlo, pues una función puede cambiar de signo donde es igual a cero o donde no existe. |  |

**Texto original:**

**Ejemplo 1**

Determine los intervalos en los que la siguiente función es creciente o decreciente:

$$f\left(x\right)=-x^{5}+\frac{5}{2}x^{4}+\frac{40}{3}x^{3}+5$$

**Solución**

Para determinar si la función es creciente o decreciente es necesario derivarla:

$$f´\left(x\right)=-5x^{4}+10x^{3}+40 x^{2}$$

$$f\left(x\right)=-5x^{2}(x^{2}-2x-8)$$

$$f\left(x\right)=-5x^{2}\left(x-4\right)\left(x+2\right)$$

Tenga en cuenta que el primer factor en la derivada es -1 y que a partir de la forma factorizada de la derivada se pueden obtener tres puntos críticos: $x=-2$, $x=0$ y $x=4$.

Ahora se debe determinar el lugar donde la derivada es positiva y donde es negativa. Dado que la derivada es un polinomio, la única manera para poder cambiar de signo es cruzarla a través de cero. En otras palabras, los únicos lugares en los que la derivada puede cambiar de signo es en los puntos críticos de la función.

Esta afirmación plantea un nuevo uso para los puntos críticos, por lo que resulta muy útil diseñar una recta numérica en la que se representen los puntos críticos y se calculen los puntos de prueba de cada región para ver si la derivada es positiva o negativa.



Se deben probar los puntos en la derivada y no en la función, como erróneamente suele hacerse a veces, pues la derivada será la misma en cada región. Debido a que los únicos puntos en los que la derivada puede cambiar de signo son los puntos críticos, se señalaron los únicos puntos críticos en la recta numérica.

Por lo tanto, se evidencian los siguientes intervalos de crecimiento y decrecimiento:

Creciente: $-2<x<0 y 0<x<4$

Decreciente: $-\infty <x<-2 y 4<x<\infty $

En este ejemplo se aprovechó el hecho de que los únicos lugares en los que la derivada puede cambiar de signo es en los puntos críticos. Además, los puntos críticos para esta función eran aquellos en los que la derivada fue igual a cero; sin embargo, lo mismo puede decirse de los puntos críticos donde no existe la derivada. Esto es bueno saberlo, pues una función puede cambiar de signo donde es igual a cero o donde no existe.