DISTRIBUCIÓN GEOMETRICA

Al lanzar una moneda, puede tener la misma probabilidad de caer cara o sello, siendo ambas de ½. Si lanzamos la moneda una segunda vez, la probabilidad es ¼, que es multiplicando ½.1/2 = ¼ ó 0,25. Lo mismo pasará en un tercer lanzamiento, si queremos que caiga cara, tenemos que multiplicar ½.1/2.1/2= 1/8 = 0,125. Y si quisiéramos 5 caras y un sello en el sexto lanzamiento, cuál será esa probabilidad? En el caso particular de distribución binomial, determina la probabilidad de éxito o fracaso que ocurra un suceso que ocurra en el x-ésimo ensayo. Se le conoce como distribución geométrica, la cual se puede obtener con la fórmula descrita a continuación:

$$P(X)=P(1-P)^{X-1}$$

Donde *P* es igual a la probabilidad de éxito, (1-P) es igual a la probabilidad de fracaso, *x* es igual al ensayo elegido donde se espera tener el primer éxito y x-1 es igual a los fracasos obtenidos antes de obtener el primer éxito.

Ejemplo

¿Cuál es la probabilidad de obtener por primera y única vez cara al lanzar una moneda por quinta vez?

$$P(x)=P(1-P)^{x-1}$$

$$P(5)=\frac{1}{2}(1-\frac{1}{2})^{5-1}=\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}\right)^{4}=\frac{1}{2}\left(\frac{1}{16}\right)=\frac{1}{32}$$

$$P(5)=\frac{1}{32}=0,03125$$

¿Qué hacer para obtener la probabilidad de éxitos o fracasos de una muestra dentro de una población?

Ejemplo

En una clase, donde 10 estudiantes si 5 son hombres y 5 mujeres ¿cuál es la probabilidad de formar un equipo de 3 mujeres y dos hombres si se hace una selección al azar de los integrantes?

Encontrar los casos favorables posibles:

$$\frac{casosfavorables}{casostotales}=\frac{\binom{5}{3}\binom{5}{2}}{\binom{10}{5}}=\frac{(10)(10)}{252}=\frac{25}{63}=0,397$$

Recordar que para desarrollar este tipo de ejercicios con combinaciones se soluciona de acuerdo a:

$$\binom{A}{x}=\frac{A!}{(A-x)!x!}$$

$$\binom{A}{n}=\frac{N!}{(N-n)!n!}$$

La probabilidad obtenida se puede representar con la siguiente expresión:

$$P(x)=\frac{\binom{K}{x}\binom{N-K}{n-x}}{\binom{N}{n}}$$

Donde x es el número de éxitos de la muestra, K es el número de éxitos de la población, N es la población total y n es el tamaño de la muestra. Esta expresión se conoce como **distribución hipergeométrica**, la cual podemos usar si no se hacen reemplazos de los elementos de la muestra y si el tamaño de la muestra es superior al 5% de la población. Veamos esto en el siguiente ejemplo:

Con los mismos alumnos de los ejemplos anteriores, ¿cuál es la probabilidad de formar un equipo de 5 integrantes formado por 4 mujeres y un hombre?

Se verifican las condiciones:

- Tamaño de la muestra
- 5 de 10 es 50% >5% correcta la primera condición
- No debe haber reemplazo. Como los alumnos deben pertenecer sólo a un equipo, entonces no habrá reemplazos por lo tanto **cumple la segunda condición.**

Recuerde que: $\binom{K}{x}=\frac{K!}{(K-x)!x!}$

$$P(x)=\frac{\binom{K}{x}\binom{N-K}{n-x}}{\binom{N}{n}}=\frac{\binom{5}{4}\binom{10-5}{5-4}}{\binom{10}{5}}=\frac{\binom{5}{4}\binom{5}{1}}{\binom{10}{5}}=\frac{\left(\frac{5!}{(4!)(1!)}\right)\left(\frac{5!}{(1!)(4!)}\right)}{\frac{10!}{(5!)(5!)}}=\frac{\frac{5}{1}.\frac{5}{1}}{252}=\frac{25}{252}=0,099$$