VARIABLE ALEATORIA Y CONJUNTO DISTRIBUCIÓN DE PROBABILIDADES

Dada la variable aleatoria discreta x. Su distribución está dada por $x_1, x_2, x_3, \dots, x_k$, y sus respectivas probabilidades $p_1, p_2, p_3, \dots, p_k$. A estas últimas cantidades se les llama función de probabilidad o de masa y se representan por $p_i = P\{x = x_i\}$

Ejemplo

Dada la variable aleatoria x como el número de caras al lanzar tres veces una moneda se tienen los posibles valores de x: 0, 1, 2 y 3. Su espacio probabilístico al lanzarla 3 veces nos da:

E= {CCC, CCX, CXC, XCC, XXC, XCX, CXX, XXX}
Como conclusión podemos decir que la variable aleatoria *x*:

a) Toma valor 0 cuando ocurre el suceso {XXX}
b) Toma valor 1 cuando ocurre el suceso {XXC,XCX,CXX}
c) Toma valor 2 cuando {CCX,CXC,XCC}
d) Toma valor 3 cuando {CCC}

La **función de probabilidad** está dada por:

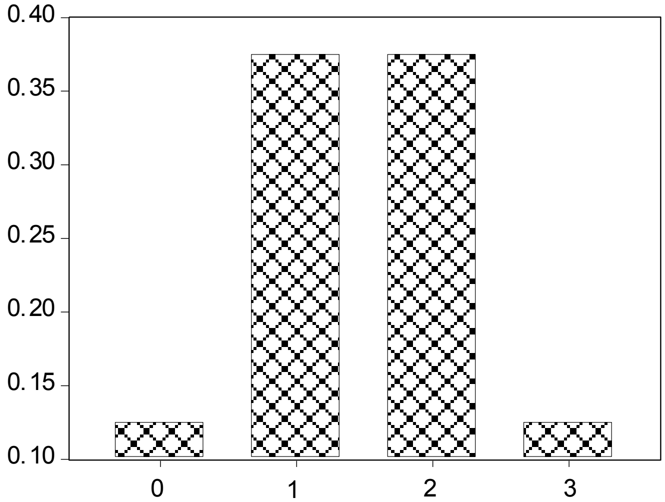
$$p_0 = P\{x = 0\} = \frac{1}{8} = 0{,}125$$

$$p_1 = P\{x = 1\} = \frac{3}{8} = 0{,}375$$

$$p_2 = P\{x = 2\} = \frac{3}{8} = 0{,}375$$

$$p_3 = P\{x = 3\} = \frac{1}{8} = 0{,}125$$

La gráfica representa la Función de probabilidad de *x*:



Podemos establecer una cuestión: ¿Cuál será la probabilidad de que salgan al menos dos caras? Y deducirla así:

$$P\{x \leq 2\} = P\{x = 0\} + P\{x = 1\} + P\{x = 2\} = 0{,}125 + 0{,}375 + 0{,}375$$
$$= 0{,}875$$

También establecemos:
¿Cuál es la probabilidad de que el número de caras esté entre 1 y 2?

$$P\{1 \leq x \leq 2\} = P\{x = 1\} + P\{x = 2\} = 0{,}375 + 0{,}375 = 0{,}75$$

La complejidad de las preguntas se hace evidente con cuestiones como: ¿Cuál es la probabilidad de que una variable aleatoria *x* tome un valor entre dos cantidades *a* y *b?* Que se establece así:

$$P\{a \leq x \leq b\} = P\{x = a\} + P\{x = a + 1\} + \ldots + P\{x = b - 1\} + P\{x = b\}$$
$$= \sum_{x_i = a}^{b} P\{x = x_i\}$$

De esta manera se verifica la función de probabilidad :

- $p_i = P\{x = x_i\} \geq 0$

- $\sum_{i=1}^{k} p_i = \sum_{i=1}^{k} P\{x = x_i\} = 1$

Existe otra modificación, de un ejercicio de este tipo que es la distribución de probabilidad acumulada, se representa en cada punto como x_0; la probabilidad de que la variable tome un valor menor o igual que dicho punto, o sea $P\{x \leq x_0\}$.

Veamos está situación más clara con el desarrollo del siguiente ejemplo:
Ejemplo: ¿Si se lanzará una moneda tres veces, cuál es el número de caras posibles?

$$P\{x \leq 0\} = P\{x = 0\} = 0{,}125$$
$$P\{x \leq 1\} = P\{x = 0\} + P\{x = 1\} = 0{,}125 + 0{,}375 = 0{,}5$$
$$P\{x \leq 2\} = P\{x = 0\} + P\{x = 1\} + P\{x = 2\} = 0{,}5 + 0{,}375 = 0{,}875$$
$$P\{x \leq 3\} = P\{x = 0\} + P\{x = 1\} + P\{x = 2\} + P\{x = 3\} = 0{,}875 + 0{,}125 = 1$$

Dada x como una variable aleatoria continua. Si quisiéramos saber la distribución de probabilidad no sería suficiente hallar la función de probabilidad empleada con las variables discretas, es decir, cada valor con su probabilidad asociada, ya que tomaría demasiados valores. Entonces la probabilidad asociada a cada valor es prácticamente nula, puesto que la distribución se vuelve continua.