TEOREMA DE BAYES

El matemático y reverendo Thomas Bayes desarrolló la fórmula que más adelante continúo Laplace. Este teorema se aplica cuando se formulan hipótesis a posteriori sobre la probabilidad a priori de eventos ya ocurridos.

El Método Bayesiano es un método de aprendizaje probabilístico que presenta dos etapas bien definidas, una de aprendizaje y otra de prueba. El teorema dice que la probabilidad de que un punto pertenezca a un conjunto está dada por la fórmula:

$$P(A \mid B) = \frac{P(A)P(B \mid A)}{P(B)}$$

Para entender mejor lo que enuncia el teorema de Bayes, lo podemos expresar términos médicos, denotando A como un diagnóstico y B como un conjunto de evidencias o síntomas. De esta manera, el teorema de Bayes indica la probabilidad de que a un paciente se le diagnostique una enfermedad cuando se conocen los síntomas. Se le dará el diagnóstico más probable.

Si lo analizamos en términos de clasificación de datos podemos decir que el teorema de Bayes permite clasificar datos en función a las características que lo representan.

- P (A|B) = probabilidades a posteriori. Es la probabilidad de que un punto pertenezca a un conjunto
- P (A) = probabilidad a priori
- P (B|A) = verosimilitud

Ejemplo

Se tienen 3 recipientes. El primero contiene 6 bolas azules y 2 rojas; el segundo contiene 4 azules y 4 rojas; y el tercer recipiente contiene 6 bolas azules. Se selecciona uno de los 3 recipientes al azar y de él se extrae una bola que resulta ser azul. Con la anterior información. ¿Cuál es la probabilidad de que el recipiente escogido sea el primero o sea el tercero?

Solución

$P(A_1) = \frac{1}{3}$ $\quad$ $P(A_2) = \frac{1}{3}$ $\quad$ $P(A_3) = \frac{1}{3}$

$P(B \mid A_1) = \frac{6}{8} = \frac{3}{4}$ $\quad$ $P(B \mid A_2) = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$ $\quad$ $P(B \mid A_3) = \frac{6}{6} = 1$

La probabilidad de que la bola azul provenga del primer recipiente será:

$$P(A_1 \mid B) = \frac{P(A_1)P(B \mid A_1)}{P(A_1)P(B \mid A_1) + P(A_2)P(B \mid A_2) + P(A_3)P(B \mid A_3)}$$

$$P(A_1 \mid B) = \frac{\left(\frac{1}{3}\right)\left(\frac{3}{4}\right)}{\left(\frac{1}{3}\right)\left(\frac{3}{4}\right) + \left(\frac{1}{3}\right)\left(\frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1}{3}\right)(1)} = \frac{1}{3} = 0.33$$

La probabilidad de que provenga del tercer recipiente será:

$$P(A_3 \mid B) = \frac{\left(\frac{1}{3}\right)(1)}{\left(\frac{1}{3}\right)\left(\frac{3}{4}\right) + \left(\frac{1}{3}\right)\left(\frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1}{3}\right)(1)} = \frac{4}{9} = 0.44$$